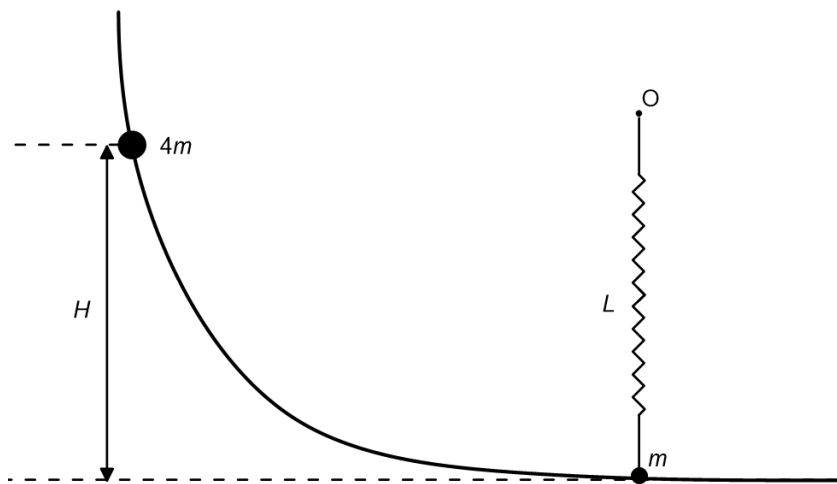


### 7-9 классы задача 1.5. (решение)

**Задача 1.5.** Бусинка массой  $4m$ , надетая на гладкий изогнутый стержень, начинает движение из состояния покоя. Стержень расположен в вертикальной плоскости так, как показано на рисунке. На горизонтальную часть стержня надета другая бусинка массой  $m = 0,01$  кг, прикрепленная к невесомой, недеформированной пружине. Пружина расположена вертикально и может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку подвеса  $O$ . Жесткость пружины  $k = 10$  Н/м, ее длина  $L = 0,1$  м. Найти наименьшую высоту  $H$  точки начала движения бусинки  $4m$ , при которой сила давления на стержень со стороны бусинок достигнет нулевого значения. Считать, что бусинки претерпевают абсолютно неупругое соударение, горизонтальную часть стержня – достаточно длинной, а деформацию пружины – упругой. Силой трения пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



#### 1.5. Решение.

Согласно закону сохранения полной механической энергии

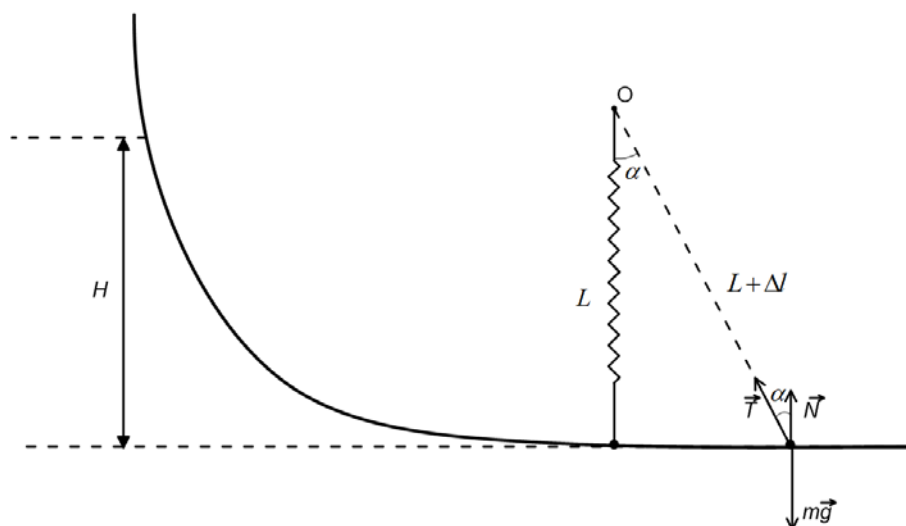
$$4mgH = \frac{4mV_1^2}{2}; \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gH};$$

где  $V_1$  – скорость бусинки  $4m$  непосредственно перед ударом о бусинку  $m$ .

При абсолютно неупругом соударении бусинок выполняется закон сохранения импульса:

$$4mV_1 = (m + 4m)V_2; \Rightarrow V_2 = \frac{4}{5}V_1 = \frac{4}{5}\sqrt{2gH}$$

Здесь  $V_2$  – скорость бусинок сразу после соударения.



В процессе движения по горизонтальному участку стержня на бусинки действует сила тяжести  $5mg$ , сила упругости пружины  $T$  и сила реакции опоры  $N$ , которая согласно третьему закону Ньютона равна по модулю силе давления  $P$  бусинок на стержень. Таким образом, равенство нулю силы  $P$  достигается при  $N=0$ . В этом случае, согласно второму закону Ньютона, имеем равенство:

$$T \cos \alpha = 5mg \quad (1)$$

где

$$T = k \Delta l \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{L}{L + \Delta l} \quad (3)$$

Условие минимальности высоты  $H$ , приводит к требованию равенства нулю скорости  $V_3$  в момент достижения силы  $P$  нулевого значения. Тогда из закона сохранения энергии получаем соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{5mV_2^2}{2} &= \frac{k\Delta l^2}{2} + \frac{5mV_3^2}{2}; \Rightarrow \\ \Delta l &= \sqrt{\frac{5m}{k} (V_2^2 - V_3^2)} = \sqrt{\frac{5m}{k}} V_2 = 4 \sqrt{\frac{2gHm}{5k}}; \end{aligned} \quad (4)$$

Решая систему уравнений (1)-(4), получаем окончательно:

$$H = \frac{125}{32} \frac{k}{mg} \left( \frac{mgL}{kL - 5mg} \right)^2 = \frac{125}{32} \frac{10}{0,01 \cdot 10} \left( \frac{0,01 \cdot 10 \cdot 0,1}{10 \cdot 0,1 - 5 \cdot 0,01 \cdot 10} \right)^2 \approx 16 \text{ см.}$$

**Ответ:**  $H \approx 16 \text{ см.}$